della curva corrispondente F'. Ne risulta che se il lato *B C* avesse a punti contigui in comune con F, la corrispondente curva F' avrebbe oc tangenti riunite nel punto *A.* Per esempio, se F fosse del 2° ordine e toccasse *B* C, la corrispondente curva del 4° ordine avrebbe una cuspide in *A* ; e ne avrebbe una in ciascun vertice, se la conica F fosse inscritta nel triangolo fondamentale.

Volendo determinare una curva dell'ordine *n* che abbia per trasformata una dell'ordine *m (m* non può essere minore di *~n,* perché la curva corrispondente ad una dell'ordine *m* non può essere d'ordine maggiore di 2 *m),* basterà, per quanto si è pocanzi dimostrato, fare in modo che 2 *n — m* punti della prima cadano nei tre vertici del triangolo fondamentale. Cosi, per esempio :

i° Ad una conica corrisponderà :

una retta, se la prima passerà per tutti e tre i vertici (come già sappiamo) ;

una conica, se la prima passerà per due vertici;

una linea di terz'ordine, se la prima passerà per un solo vertice.

2° Ad una linea di terz'ordine corrisponderà:

una conica, se la prima avrà un punto doppio in un vertice e se passerà, inoltre, per gli altri due vertici;

una linea di terz'ordine, se passerà per tutti e tre i vertici, o per due soli con un punto doppio in uno di essi ;

una linea del quart'ordine, se passerà per due vertici o se avrà un punto doppio in un vertice;

una linea del quint'ordine, se passerà per un solo vertice.

Ecc. Ecc.

XII.

Facciamo alcune ipotesi sugli elementi che determinano la presente trasformazione.

Supponiamo che il quadrangolo sia ortogonale. In questo caso i raggi doppi di ciascuna delle tre involuzioni formate dalle rette che vanno da ciascun vertice del triangolo fondamentale alle coppie di punti corrispondenti sono fra loro perpendicolari. Ne risulta, come è noto, che le rette condotte da un vertice del detto triangolo, per esempio da *A,* a due punti corrispondenti, come sarebbero *E* ed *E',* formano angoli eguali con ciascuno dei due lati del quadrangolo che concorrono in A_y ossia coi due lati *Ai* e 23. Se quindi la figura cui appartiene il punto *E* si facesse ruotare intorno alla retta *Ai,* oppure alla retta 23, finché, dopo aver fatto un mezzo giro, essa si tornasse ad adagiare nel piano, ciascun punto della figura stessa, come *E,* si troverebbe in linea retta col

suo corrispondente E' e col punto A, e sarebbe, nel primo